

Вихревой Фурье-инвариантный пучок Лагерра–Гаусса в квадрате

Е.С. Козлова^{1,2}, А.А. Савельева^{1,2}, А.А. Ковалев^{1,2}, В.В. Котляр^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Показано, что вихревой пучок Лагерра–Гаусса «в квадрате» является Фурье-инвариантным и сохраняет свою структуру в фокусе сферической линзы. В зоне дифракции Френеля такой пучок преобразуется в суперпозицию обычных пучков Лагерра–Гаусса, число которых равно числу колец у пучка Лагерра–Гаусса «в квадрате». Если кольцо всего одно, то пучок является структурно стабильным. Также рассмотрен более общий пучок, являющийся «произведением» двух пучков Лагерра–Гаусса. Такой пучок будет Фурье-инвариантным, если число колец у двух пучков Лагерра–Гаусса в «произведении» одинаковое. Рассмотренные пучки дополняют хорошо известный базис пучков Лагерра–Гаусса, которые интенсивно изучаются в связи с их устойчивостью при распространении в турбулентной среде.

Ключевые слова: оптический вихрь, топологический заряд, мода Лагерра–Гаусса, Фурье-инвариантность, преобразование Фурье, дифракция Френеля.

Цитирование: Козлова, Е.С. Вихревой Фурье-инвариантный пучок Лагерра–Гаусса в квадрате / Е.С. Козлова, А.А. Савельева, А.А. Ковалев, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 3. – С. 367-373. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1228.

Citation: Kozlova ES, Savelyeva AA, Kovalev AA, Kotlyar VV. A Fourier-invariant squared Laguerre-Gaussian vortex beam. Computer Optics 2023; 47(3): 367-373. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1228.

Введение

В настоящее время большое количество публикаций посвящено оптическим вихрям [1–3], способам их формирования [4–10] и широкому спектру прикладных задач, где они применяются [11–19]. Одно из важных направлений исследований – это поиск новых типов пучков, обладающих определенными свойствами [20–27]. Так, например, в работе [20] авторы предложили новый тип неканонического оптического вихря, названный «фазовым вихрем экспоненциального порядка», экспериментально продемонстрировали спиральную фокусировку автофокусирующих пучков Эйри, несущих данный вихрь, и теоретически проанализировали потоки энергии и орбитальный угловой момент. Новый класс источников, обладающих свойствами структурированной когерентности, полученный путём некогерентной суперпозиции когерентных мод Лагерра–Гаусса (ЛГ), предложен и исследован в [21]. В работе [22] авторами рассматривается векторный пучок Лиссажу (ВПЛ) двойного порядка (p, q) , поперечные компоненты которого имеют угловое соотношение, соответствующее кривым Лиссажу. В статье проведен теоретический и численный анализ ВПЛ, показавший, что соотношение и четность порядков (p, q) влияют на свойства различных компонент электромагнитного поля. В [23] был предложен новый тип спирально-конического оптического пучка с экспоненциальной мощностью. Авторы теоретически и эксперименталь-

но исследовали интенсивность таких пучков в фокусе и продемонстрировали их применимость для оптического захвата. В нашей работе [24] предложен новый вид пучков Бесселя, обладающих свойством Фурье-инвариантности и поэтому названных пучками Фурье–Бесселя. Данные пучки, в отличие от известных пучков Бесселя, имеют слабые боковые лепестки, а по сравнению с модами Лагерра–Гаусса с нулевым радиальным индексом – меньшее внутреннее темное пятно. При этом пучки Фурье–Бесселя обладают конечной энергией, хотя у них нет Гауссовой огибающей. В [27] рассматривается интересный вид пучков – «фотонные крючки», возникающие за счет дисперсии фазовой скорости волн внутри, например, составной частицы, и последующей интерференции. Такие пучки имеют самый маленький радиус кривизны фотонного луча из когда-либо зарегистрированных, который примерно в два раза меньше длины электромагнитной волны. В [28] нами были рассмотрены синусоидальные Гауссовы пучки с единичным топологическим зарядом. Этот пучок относится к типу элегантных лазерных пучков, так как и в начальной плоскости, и в зоне дифракции Френеля описывается одной и той же функцией с комплексным аргументом. Было показано, что диаметр первого светового кольца у синусоидального Гауссова пучка почти не зависит от радиуса перетяжки Гауссова пучка.

Несмотря на все вышеперечисленное обилие различных подходов для создания и описания новых ти-

пов пучков, не теряют свою актуальность и хорошо всем известные пучки Лагерра–Гаусса [29–34]. В работах [29–31] рассмотрены различные варианты генерации данных мод с использованием специального лазера, использующего усиленную внутрирезонаторную сферическую аберрацию [29], q -пластинки [30] или специальной метаповерхности [31]. В работе [32] обсуждается взаимное преобразование между модами Эрмита–Гаусса (ЭГ) и модами ЛГ. Важное значение имеют исследования элегантных пучков ЛГ, демонстрирующих исключительные характеристики во многих областях, таких как оптическая связь и оптический захват. Так, например, в работе [34], авторы предложили метод измерения топологического заряда частично когерентного элегантного пучка ЛГ.

На базе мод ЛГ разрабатываются новые типы оптических пучков, обладающих различными полезными свойствами. Так, например, в одной из своих работ авторы этой статьи предложили семейство асимметричных лазерных пучков ЛГ [35], а в работе [36] другая научная группа представила метод генерации таких пучков высокой мощности. Авторы работы [37], используя моды ЛГ, продемонстрировали возможность генерации векторного пучка с пространственно-зависимой поляризацией в поперечном сечении посредством нелинейного магнитооптического вращения. Новый класс составных вихревых пучков, получаемый путем коаксиального наложения пучков ЛГ с одинаковыми параметрами (расстояние и радиус) перетяжки, был представлен в [38]. В [39] был теоретически и экспериментально исследован новый тип частично когерентного пучка с нетрадиционной корреляционной функцией, названной эллиптической коррелированной моделью Лагерр–Гаусса–Шелла (МЛГШ). Интенсивность таких пучков в дальнем поле (или в фокальной плоскости) имеет эллиптический кольцеобразный профиль. Стоит отметить, что пучки ЛГ и подобные им имеют высокую практическую значимость для оптических коммуникаций [40–42], микроманипулирования [43] и фотовозбуждения атомов [44].

В данной работе мы предложили новый тип оптических пучков, амплитуда которых пропорциональна многочлену Лагерра в квадрате. Эти пучки расширяют базис мод ЛГ. Было проведено их теоретическое и численное исследование, показана их Фурье-инвариантность.

1. Теоретическое основание

Рассмотрим пучок ЛГ, комплексная амплитуда которого в начальной плоскости ($z=0$) имеет вид [45]:

$$E_{n,m}(r, \varphi) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2w^2} + i n \varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{|n|} L_m^{|n|}\left(\frac{r^2}{w^2}\right), \quad (1)$$

где (r, φ, z) – цилиндрические координаты, w – радиус перетяжки Гауссова пучка, $L_m^{|n|}$ – обобщённый много-

член Лагерра (n – целочисленный азимутальный индекс, а $m \geq 0$ – целочисленный неотрицательный радиальный индекс). Так как пучок (1) является модовым пучком, то есть при распространении в свободном пространстве сохраняет свою структуру, то комплексная амплитуда пучка ЛГ на любой плоскости z описывается выражением, подобным (1):

$$E_{n,m}(r, \varphi) = E_0 \frac{w}{w(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{2w^2(z)} + \frac{i k r^2}{2R(z)} + i n \varphi\right) \times \left(\frac{r}{w(z)}\right)^{|n|} L_m^{|n|}\left(\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \exp(i(|n| + 2m + 1)\xi(z)), \quad (2)$$

где

$$w(z) = w \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}}, \quad R(z) = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2}\right), \quad (3)$$

$$\xi(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right), \quad z_0 = \frac{k w^2}{2}, \quad E_0 = \sqrt{\frac{2m!}{\pi(n+m)!}},$$

$w(z)$ – радиус Гауссова пучка, $R(z)$ – радиус кривизны волнового фронта Гауссова пучка, $\xi(z)$ – фаза Гоу, z_0 – длина Рэлея, E_0 – нормировочная константа, k – волновое число света.

Рассмотрим теперь пучок, который мы назвали пучком ЛГ в квадрате $(ЛГ)^2$ и комплексная амплитуда которого в начальной плоскости имеет вид:

$$E_{2,n,m}(r, \varphi) = E_2 \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i 2 n \varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{2|n|} \left[L_m^{|n|}\left(\frac{r^2}{w^2}\right)\right]^2, \quad (4)$$

где E_2 – постоянная. Пучок (4) уже не будет модовым пучком и не будет сохранять свою структуру в зоне дифракции Френеля, но он будет сохранять свой вид в дальней зоне. То есть пучок $(ЛГ)^2$ будет Фурье-инвариантным и его комплексная амплитуда в фокусе идеальной сферической линзы с фокусным расстоянием f будет иметь вид:

$$E_{2,n,m}(\rho, \theta) = \frac{-i z_0}{f} E_2 (-1)^n \exp(2i n \theta) \times \int_0^\infty x^{|n|} \exp(-x) \left[L_m^{|n|}(x)\right]^2 J_{2n}(y\sqrt{x}) dx = \frac{-i z_0}{f} E_2 (-1)^n \exp\left(2i n \theta - \frac{y^2}{4}\right) \left(\frac{y}{2}\right)^{2|n|} \left[L_m^{|n|}\left(\frac{y^2}{4}\right)\right]^2, \quad (5)$$

где $x = (r/w)^2$, $y = k w \rho / f$, (ρ, θ) – полярные координаты в Фурье-плоскости. При получении (5) использовался справочный интеграл из [46]. Сравнивая комплексные амплитуды в начальной плоскости (4) и в фокусе сферической линзы (5), видно, что они совпадают с точностью до постоянной. В зоне дифракции Френеля пучок $(ЛГ)^2$ будет представлять собой конечную суперпозицию обычных пучков ЛГ, так как комплексная ампли-

туда пучка (4) при любом z вычисляется с помощью преобразования Френеля и равна:

$$E_{2,n,m}(\rho, \theta, z) = \frac{-iz_0}{z} (-1)^n \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z} + 2in\theta\right) \times \int_0^\infty x^{|n|} \exp(-px) \left[L_m^{|n|}(x)\right]^2 J_{2n}(y\sqrt{x}) dx = \frac{-iz_0}{z} (-1)^n \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z} + 2in\theta\right) \left(\frac{y}{2}\right)^{2|n|} \frac{\Gamma(|n|+m+1)}{\pi m! p^{2n+1}} \times \exp\left(-\frac{y^2}{4p}\right) \sum_{s=0}^m \frac{(-1)^s}{(m-s)!} \frac{\Gamma(m-s+1)\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(|n|+s+1)} \times \left(\frac{p-2}{2}\right)^{2s} L_{2s}^{|n|}\left(\frac{y^2}{2p(2-p)}\right),$$

где $x = (\rho/w)^2$, $y = kw\rho/z$, $p = 1 - iz_0/z$, $\Gamma(x)$ – гамма-функция. При получении (6) использовался справочный интеграл из [46]. В сумме (6) столько слагаемых, сколько колец у пучка ЛГ (1). Из (6) следует, что при $m=0$ (радиальный индекс пучка нулевой), когда пучок ЛГ имеет одно кольцо, так как $L_0^0(x) = 1$, то сумма в (6) сводится к одному первому слагаемому и пучок (1), амплитуда которого возведена в квадрат, сохраняется при распространении. Это следует также из общего выражения для комплексной амплитуды структурно стабильных пучков [47]:

$$E(x, y) = \frac{1}{q} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{qw^2}\right) f\left(\frac{x \pm iy}{qw}\right), \quad (7)$$

где $q = 1 + iz/z_0$, w – радиус перетяжки Гауссова пучка, $f(x)$ – любая аналитическая целая функция конечного роста.

Вместо пучка (4) можно рассмотреть более общий Фурье-инвариантный пучок, который представляет собой произведение двух пучков ЛГ (ПЛГ). Комплексная амплитуда ПЛГ-пучка равна:

$$E_{p,q}^{n,m}(r, \varphi) = E_3 \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i2n\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{2n} \times L_p^{n-m}\left(\frac{r^2}{w^2}\right) \cdot L_q^{n+m}\left(\frac{r^2}{w^2}\right), \quad n > m > 0. \quad (8)$$

В фокусе сферической линзы ПЛГ-пучок (8) будет сохранять свою структуру, если $p = q$:

$$E_{p,q}^{n,m}(\rho, \theta) = \frac{-iz_0}{f} E_3 (-1)^n \exp(2in\theta) \times \int_0^\infty x^n \exp(-x) L_p^{n-m}(x) L_q^{n+m}(x) J_{2n}(y\sqrt{x}) dx = \frac{-iz_0}{f} E_3 (-1)^n \exp\left(2in\theta - \frac{y^2}{4}\right) \left(\frac{y}{2}\right)^{2n} L_p^{n-m+p-q}\left(\frac{y^2}{4}\right) \times L_q^{n+m-p+q}\left(\frac{y^2}{4}\right).$$

При получении (9) использовался справочный интеграл из [2]. Из (8) и (9) видно, что при $p = q$ и $m = 0$ ПЛГ-пучок переходит в $(ЛГ)^2$ -пучок.

2. Численное моделирование

Нами было проведено численное моделирование фокусировки пучков $(ЛГ)^2$ сферической линзой с помощью авторских скриптов на языке MATLAB. Начальное поле представлялось в виде:

$$E_{2,n,m}(r, \varphi) = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i2n\varphi\right) \left(\frac{r}{w}\right)^{2|n|} \left[L_m^{|n|}\left(\frac{r^2}{w^2}\right)\right]^2. \quad (10)$$

На рис. 1 представлено исходное распределение интенсивности и фазы для $(ЛГ)^2$ со следующими параметрами: $\lambda = 532$ нм, $w = 0,5$ мм, $n = 3$, $m = 2$.

Фокусировка сферической линзой эквивалентна преобразованию Фурье. Результаты моделирования для пучка $(ЛГ)^2$ в фокусе показаны на рис. 2.

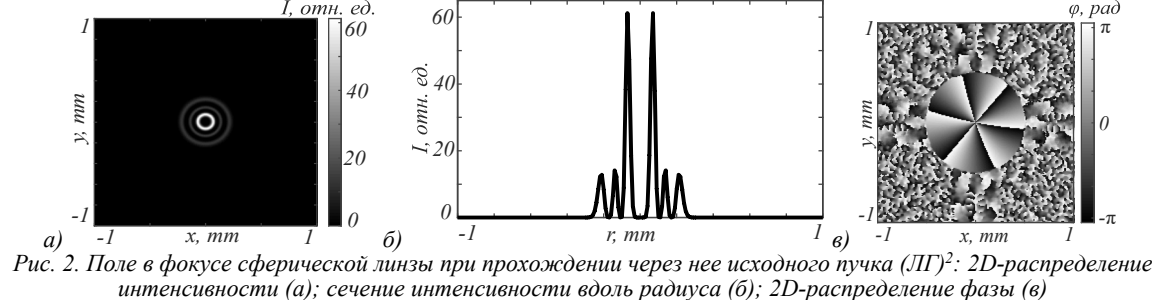
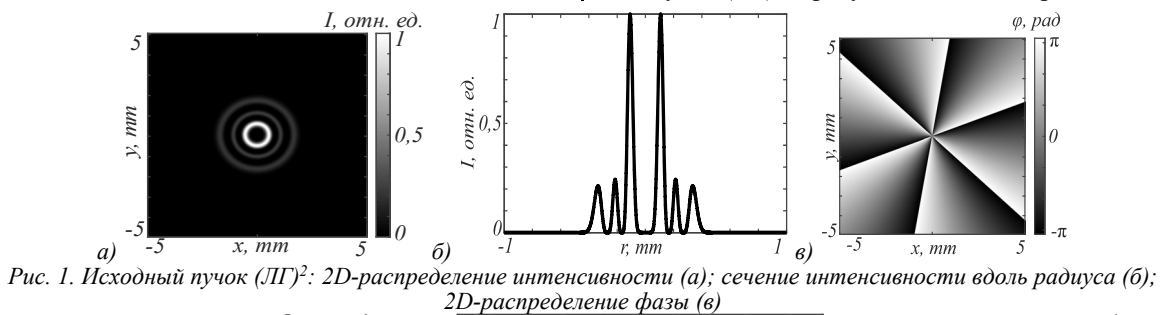


Рис. 1 и 2 отличаются только на постоянную и наглядно демонстрируют доказанную в первом параграфе Фурье-инвариантность пучков $(ЛГ)^2$. Рябь на рис. 2в вызвана погрешностями, возникающими при численном вычислении преобразования Фурье. В периферийных областях интенсивность близка к нулю, и потому даже небольшие ошибки приводят к изменению фазы на π .

Теперь рассмотрим дифракцию Френеля, которая представляется следующим интегралом:

$$E(x, y, z) = -\frac{i}{\lambda z} e^{ikz} \iint_{-\infty}^{+\infty} E(x', y', 0) \times \exp\left(\frac{ik}{2z} [(x-x')^2 + (y-y')^2]\right) dx' dy'. \quad (11)$$

Для его численного расчета были использованы теорема о свертке и свойства преобразования Фурье, которые позволяют вычислить указанный интеграл

через комбинацию прямых и обратного преобразований Фурье. Программа для расчета была также реализована на языке MATLAB. Результаты расчетов на разном расстоянии представлены на рис. 3 – 5.

На рис. 3 показаны интенсивность (а), ее сечение (б) и фаза (в) пучка $(ЛГ)^2$, показанного на рис. 1, но на расстоянии половины длины Рэлея. Из рис. 3 видно, что вместо трех колец интенсивности (рис. 1) у пучка добавляется четвертое кольцо интенсивности. И яркое кольцо уже не первое (рис. 1), а второе. На рис. 4 показаны интенсивность (а), ее сечение (б) и фаза (в) того же пучка (рис. 1), но на расстоянии Рэлея. Из рис. 4 видно, что пучок имеет 4 светлых кольца, но распределение энергии между ними отличается от распределения энергии на рис. 3

На рис. 5 показано то же самое, что и на рис. 3 и 4, но на расстоянии двух длин Рэлея. В картине интенсивности по-прежнему 4 кольца.

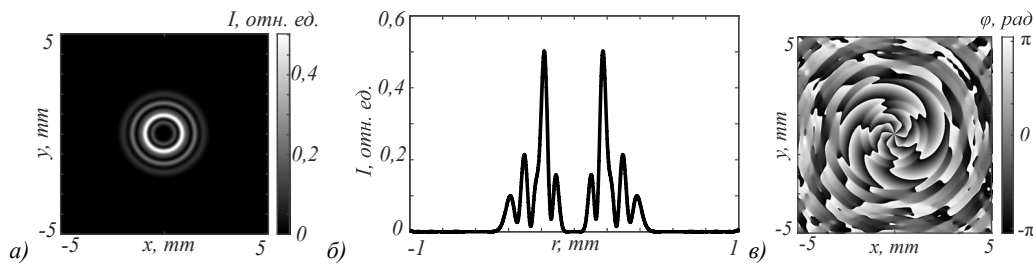


Рис. 3. Поле исходного пучка $(ЛГ)^2$ на расстоянии $z = z_0/2$ ($z_0 \approx 1,476$ м): 2D-распределение интенсивности (а); сечение интенсивности вдоль радиуса (б); 2D-распределение фазы (в)

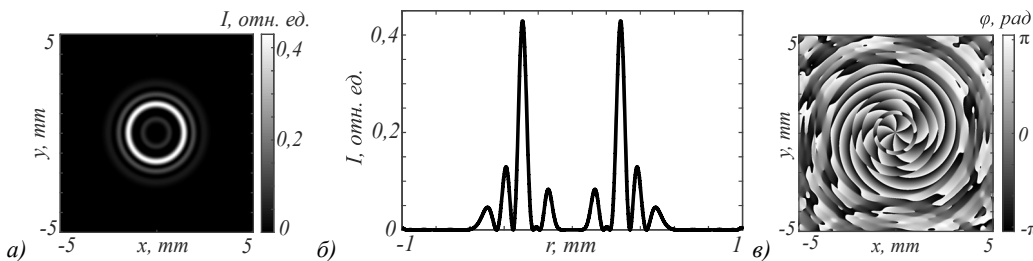


Рис. 4. Поле исходного пучка $(ЛГ)^2$ на расстоянии $z = z_0$ ($z_0 \approx 1,476$ м): 2D-распределение интенсивности (а); сечение интенсивности вдоль радиуса (б); 2D-распределение фазы (в)

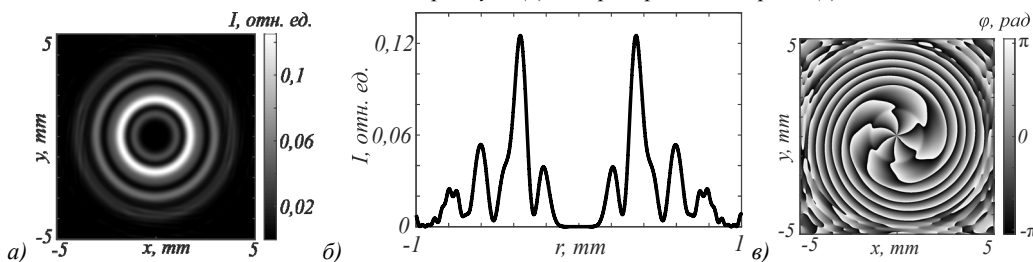


Рис. 5. Поле исходного пучка $(ЛГ)^2$ на расстоянии $z = 2z_0$ ($z_0 \approx 1,476$ м): 2D-распределение интенсивности (а); сечение интенсивности вдоль радиуса (б); 2D-распределение фазы (в)

На рис. 6 показаны вместе распределения интенсивности того же пучка, что и на рис. 1 – 5. Из рис. 6 видно, что на расстоянии 10 длин Рэлея (начало дальней зоны дифракции) в сечении пучка опять остаются 3 светлых кольца, и самое яркое кольцо будет первым от центра кольцом. А на расстоянии 15 длин Рэлея распределение интенсивности совпадает с начальным

распределением интенсивности, отличаясь только по масштабу. Таким образом, моделирование подтвердило все теоретические предсказания.

Заключение

В данной работе был рассмотрен новый тип вихревых пучков, пересекающийся с семейством хорошо

известных пучков ЛГ. У этих пучков многочлен Лагерра взят в квадрате, и они называются пучки Лагерра–Гаусса в квадрате (ЛГ)². Пучки ЛГ с нулевым радиальным индексом и четным азимутальным индексом совпадают с (ЛГ)². Показано теоретически и численно, что вихревой пучок ЛГ «в квадрате» является Фурье-инвариантным и сохраняет свою структуру в фокусе сферической линзы или в дальней зоне дифракции. В зоне дифракции Френеля такой пучок преобразуется в осевую суперпозицию обычных пучков ЛГ, число которых равно числу колец у пучка ЛГ «в квадрате». Если кольцо всего одно, то пучок является структурно стабильным. Также рассмотрен более общий пучок, являющийся «произведением» двух пучков ЛГ. Такой пучок будет Фурье-инвариантным, если число колец у двух пучков ЛГ в «произведении» одинаковое. Результаты работы могут найти свое применение в оптических коммуникациях [40–42].

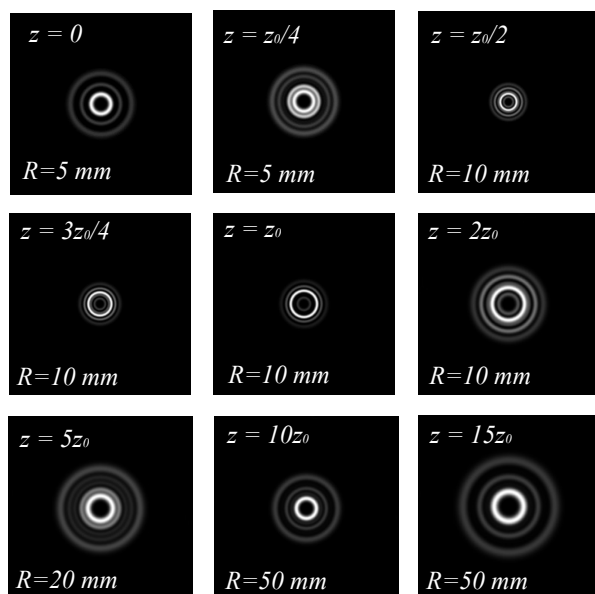


Рис. 6. Распределения интенсивности пучка (ЛГ)² при $\lambda = 532 \text{ nm}$, $w = 0,5 \text{ mm}$ ($z_0 \approx 1,476 \text{ m}$), $n = 3$, $m = 2$ на расстоянии z в квадратной подобласти шириной $2R$

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 22-12-00137.

References

- [1] Shen Y, Wang X, Xie X, Min C, Fu X, Liu Q, Gong M, Yuan X. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities. *Light Sci Appl* 2019; 8: 90. DOI: 10.1038/s41377-019-0194-2.
- [2] Zhang H, Li X, Ma H, Tang M, Li H, Cai Y. Centrosymmetric optical vortex. *Appl Sci* 2019; 9(7): 1429. DOI: 10.3390/app9071429.
- [3] Kotlyar VV, Kovalev AA, Porfirev AP. Vortex laser beams. Boca Raton, FL: CRC Press; 2018. ISBN: 978-1-1385-4211-2.
- [4] Lian Y, Qi X, Wang Y, Bai Z, Wang Y, Lu Z. OAM beam generation in space and its applications: A review. *Opt Lasers Eng* 2022; 151: 106923. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2021.106923.
- [5] Zhang K, Wang Y, Yuan Y, Burokur SN. A review of orbital angular momentum vortex beams generation: From traditional methods to metasurfaces. *Appl Sci* 2020; 10: 1015. DOI: 10.3390/app10031015.
- [6] Wang J, Liang Y. Generation and detection of structured light. A review. *Front Phys* 2021; 9: 688284. doi: 10.3389/fphy.2021.688284.
- [7] Zhu L, Wang J. A review of multiple optical vortices generation: methods and applications. *Front Optoelectron* 2019; 12: 52-68. DOI: 10.1007/s12200-019-0910-9.
- [8] Kotlyar VV, Nalimov AG. A vector optical vortex generated and focused using a metalens. *Computer Optics* 2017; 41(5): 645-654. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-5-645-654.
- [9] Wang B, Liu W, Zhao M, Wang J, Zhang Y, Chen A, Guan F, Liu X, Shi L, Zi J. Generating optical vortex beams by momentum-space polarization vortices centred at bound states in the continuum. *Nat Photonics* 2020; 14: 623-628. DOI: 10.1038/s41566-020-0658-1.
- [10] Wang X, Nie Z, Liang Y, Wang J, Li T, Jia B. Recent advances on optical vortex generation. *Nanophotonics* 2018; 7(9): 1533-1556. DOI: 10.1515/nanoph-2018-0072.
- [11] Liang Y, Lei M, Yan S, Li M, Cai Y, Wang Z, Yu X, Yao B. Rotating of low-refractive-index microparticles with a quasi-perfect optical vortex. *Appl Opt* 2018; 57: 79-84. DOI: 10.1364/AO.57.000079.
- [12] Yang Y, Ren Y, Chen M, Arita Y, Rosales-Guzman C. Optical trapping with structured light: a review. *Adv Photonics* 2021; 3(3): 034001. DOI: 10.1117/1.AP.3.3.034001.
- [13] Xu C-T, Chen P, Zhang Y-H, Fan X-Y, Lu Y-Q, Hu W. Tunable band-pass optical vortex processor enabled by wash-out-refill chiral superstructures. *Appl Phys Lett* 2021; 118: 151102. DOI: 10.1063/5.0041117.
- [14] Li X, Liang Y, Zhan S, Xu J, Bai J, Wang K. Optical vortex beam direct-writing photolithography. *Appl Phys Express* 2018; 11(3): 036503. DOI: 10.7567/APEX.11.036503.
- [15] Zhu Y, Tan H, Zhou N, Chen L, Wang J, Cai X. Compact high-efficiency four-mode vortex beam generator within the telecom C-band. *Opt Lett* 2020; 45(7): 1607-1610.
- [16] Backlund MP, Lew MD, Backer AS, Sahl SJ, Grover G, Agrawal A, Piestun R, Moerner WE. The double-helix point spread function enables precise and accurate measurement of 3D single-molecule localization and orientation. *Proc SPIE* 2013; 8590: 85900L.
- [17] Yu S, Pung F, Liu H, Li X, Yang J, Wang T. Compositing orbital angular momentum beams in Bi4Ge3O12 crystal for magnetic field sensing. *Appl Phys Lett* 2017; 111(9): 091107.
- [18] Kotlyar VV, Skidanov RV, Khonina SN, Soifer VA. Hypergeometric modes. *Opt Lett* 2007; 32: 742-744. DOI: 10.1364/OL.32.000742.
- [19] Karimi E, Zito G, Piccirillo B, Marrucci L, Santamato E. Hypergeometric-Gaussian modes. *Opt Lett* 2007; 32: 3053-3055.
- [20] Li P, Liu S, Peng T, Xie G, Gan X, Zhao J. Spiral autofocusing Airy beams carrying power-exponent-phase vortices. *Opt Express* 2014; 22: 7598-7606. DOI: 10.1364/OE.22.007598.
- [21] Martinez-Herrero R, Santarsiero M, Piquero G, Gonzalez de Sande JC. A new type of shape-invariant beams with structured coherence: Laguerre-Christoffel-Darboux

- beams. *Photonics* 2021; 8: 134. DOI: 10.3390/photonics8040134.
- [22] Khonina SN, Ustinov AV, Porfirev AP. Vector Lissajous laser beams. *Opt Lett* 2020; 45: 4112-4115. DOI: 10.1364/OL.398209.
- [23] Cheng S, Xia T, Liu M, Jin Y, Zhang G, Xiong Y, Tao S. Power-exponent helico-conical optical beams. *Opt Laser Technol* 2019; 117: 288-292. DOI: 10.1016/j.optlastec.2019.04.041.
- [24] Kotlyar VV, Kovalev AA, Kalinkina DS, Kozlova ES. Fourier-Bessel beams of finite energy. *Computer Optics* 2021; 45(4): 506-511. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-864.
- [25] Hu J, Tai Y, Zhu L, Long Z, Tang M, Li H, Li X, Cai Y. Optical vortex with multi-fractional orders. *Appl Phys Lett* 2020; 116: 201107. DOI: 10.1063/5.0004692.
- [26] Stafeev SS, Nalimov AG, Zaitsev VD, Kotlyar VV. Tight focusing cylindrical vector beams with fractional order. *J Opt Soc Am B* 2021; 38(4): 1090-1096. DOI: 10.1364/JOSAB.413581.
- [27] Baranov PF, Zatonov IA, Bui DB. Photonic hook – a new type of self-bending structured light beams. *J Phys Conf Ser* 2020; 1614: 012106. DOI: 10.1088/1742-6596/1614/1/012106.
- [28] Kotlyar VV, Kovalev AA. Sinusoidal Gaussian optical vortex as a superposition of two hypergeometric beams. *Computer Optics* 2022; 46(1): 16-21. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1008.
- [29] Wang M, Ma Y, Sheng Q, He X, Liu J, Shi W, Yao J, Omatsu T. Laguerre-Gaussian beam generation via enhanced intracavity spherical aberration. *Opt Express* 2021; 29: 27783-27790. DOI: 10.1364/OE.436110.
- [30] Rafayelyan M, Brasselet E. Laguerre-Gaussian modal q-plates. *Opt Lett* 2017; 42: 1966-1969. DOI: 10.1364/OL.42.001966.
- [31] Mao H, Ren Y-H, Yu Y, Yu Z, Sun X, Zhang S, Wong KKY. Broadband meta-converters for multiple Laguerre-Gaussian modes. *Photonics Res* 2021; 9: 1689-1698. DOI: 10.1364/PRJ.423344.
- [32] Liang G, Wang Q. Controllable conversion between Hermite Gaussian and Laguerre Gaussian modes due to cross phase. *Opt Express* 2019; 27: 10684-10691. DOI: 10.1364/OE.27.010684.
- [33] Longman A, Fedosejevs R. Optimal Laguerre-Gaussian modes for high-intensity optical vortices. *J Opt Soc Am A* 2020; 37: 841-848. DOI: 10.1364/JOSAA.389031.
- [34] Dong M, Lu X-Y, Zhao C, Cai Y, Yang Y. Measuring topological charge of partially coherent elegant Laguerre-Gaussian beam. *Opt Express* 2018; 26: 33035-33043. DOI: 10.1364/OE.26.033035.
- [35] Kovalev AA, Kotlyar VV, Porfirev AP. Asymmetric Laguerre-Gaussian beams. *Phys Rev A* 2016; 93(6): 063858. DOI: 10.1103/PhysRevA.93.063858.
- [36] Hsieh YH, Lai YH, Hsieh MX, Huang KF, Chen YF. Generating high-power asymmetrical Laguerre-Gaussian modes and exploring topological charges distribution. *Opt Express* 2018; 26: 31738-31749. DOI: 10.1364/OE.26.031738.
- [37] Ghaderi Goran Abad M, Mahmoudi M. Laguerre-Gaussian modes generated vector beam via nonlinear magneto-optical rotation. *Sci Rep* 2021; 11: 5972. DOI: 10.1038/s41598-021-85249-8.
- [38] Huang S, Miao Z, He C, Pang F, Li Y, Wang T. Composite vortex beams by coaxial superposition of Laguerre-Gaussian beams. *Opt Lasers Eng* 2016; 78: 132-139. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2015.10.008.
- [39] Chen Y, Liu L, Wang F, Zhao C, Cai Y. Elliptical Laguerre-Gaussian correlated Schell-model beam. *Opt Express* 2014; 22: 13975-13987. DOI: 10.1364/OE.22.013975.
- [40] Pang K, Liu C, Xie G, Ren Y, Zhao Z, Zhang R, Cao Y, Zhao J, Song H, Song H, Li L, Willner AN, Tur M, Boyd RW, Willner AE. Demonstration of a 10 Mbit/s quantum communication link by encoding data on two Laguerre-Gaussian modes with different radial indices. *Opt Lett* 2018; 43: 5639-5642. DOI: 10.1364/OL.43.005639.
- [41] Zeng J, Liu X, Zhao C, Wang F, Gbur G, Cai Y. Spiral spectrum of a Laguerre-Gaussian beam propagating in anisotropic non-Kolmogorov turbulent atmosphere along horizontal path. *Opt Express* 2019; 27: 25342-25356. DOI: 10.1364/OE.27.025342.
- [42] Cox MA, Maqondo L, Kara R, Milione G, Cheng L, Forbes A. The resilience of Hermite- and Laguerre-Gaussian modes in turbulence. *J Light Technol* 2019; 37: 3911-3917.
- [43] Otsu T, Ando T, Takiguchi Y, Ohtake Y, Toyoda H, Itoh H. Direct evidence for three-dimensional off-axis trapping with single Laguerre-Gaussian beam. *Sci Rep* 2014; 4(1): 4579. DOI: 10.1038/srep04579.
- [44] Peshkov AA, Seipt D, Surzhykov A, Fritzsche S. Photoexcitation of atoms by Laguerre-Gaussian beams. *Phys Rev A* 2017; 96(2): 023407. DOI: 10.1103/PhysRevA.96.023407.
- [45] Doster T, Watnik AT. Laguerre-Gauss and Bessel-Gauss beams propagation through turbulence: analysis of channel efficiency. *Appl Opt* 2016; 55: 10239-10246. DOI: 10.1364/AO.55.010239.
- [46] Prudnikov AP, Brychkov YA, Marichev OI. Integrals and series, special functions. New York: Gordon and Breach; 1981.
- [47] Abramochkin EG, Volostnikov VG. Spiral-type beams: optical and quantum aspects. *Opt Commun* 1996; 125: 302-323. DOI: 10.1016/0030-4018(95)00640-0.

Сведения об авторах

Козлова Елена Сергеевна, 1989 года рождения. В 2011 году окончила Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и информатика». Кандидат физико-математических наук с 2014 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, численные методы. E-mail: kozlova.elena.s@gmail.com.

Савельева Александра Александровна, 1996 года рождения, в 2020 году окончила Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и информатика». Область научных интересов: дифракционная оптика, численные методы, FDTD-метод, острая фокусировка света. E-mail: lexis2450@gmail.com.

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН. В списке научных работ более 80 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, сингулярная оптика, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@ipsiras.ru.

Сведения об авторе **Котляр Виктор Викторович**, см. стр. 366 этого номера.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 22 сентября 2022 г. Окончательный вариант – 10 декабря 2022 г.

A Fourier-invariant squared Laguerre-Gaussian vortex beam

E.S. Kozlova^{1,2}, A.A. Savelyeva^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}

¹ *IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;*

² *Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34*

Abstract

It is shown that a squared Laguerre-Gaussian (LG) vortex beam is Fourier-invariant and retains its structure at the focus of a spherical lens. In the Fresnel diffraction zone, such a beam is transformed into superposition of conventional LG beams, the number of which is equal to the number of rings in the squared LG beam. If there is only one ring, then the beam is structurally stable. A more general beam, which is a “product” of two LG beams, is also considered. Such a beam will be Fourier-invariant if the number of rings in two LG beams in the “product” is the same. The considered beams complement the well-known family of LG beams, which are intensively studied as they remain stable during their propagation in turbulent media.

Keywords: optical vortex, topological charge, Laguerre-Gauss mode, Fourier invariance, Fourier transform, Fresnel diffraction.

Citation: Kozlova ES, Savelyeva AA, Kovalev AA, Kotlyar VV. A Fourier-invariant squared Laguerre-Gaussian vortex beam. *Computer Optics* 2023; 47(3): 367-373. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1228.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation under grant No. 22-12-00137.

Authors’ information

Elena Sergeevna Kozlova, (b. 1989) received Master’s degree in Applied Mathematics and Informatics in Samara State Aerospace University (2011). She received her PhD in 2014. She is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute – Branch of the Federal Scientific Research Centre “Crystallography and Photonics” of Russian Academy of Sciences and Associate Professor of Computer Science department at Samara National Research University. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: kozlova.elena.s@gmail.com.

Alexandra Alexandrovna Savelyeva, (b. 1996) in 2020 graduated from the Samara National Research University named after academician S.P. Korolyov – SSAU with a degree in Applied Mathematics and Informatics. Research interests: diffractive optics, numerical methods, FDTD method, sharp focusing of light. E-mail: lexis2450@gmail.com.

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree (2012). He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI RAS), holding a part-time position of assistant at SSAU’s Technical Cybernetics sub-department. He is co-author of more than 80 scientific papers. Research interests are mathematical diffraction theory, singular optics, and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru.

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru.

Received September 22, 2022. The final version – December 10, 2022.
